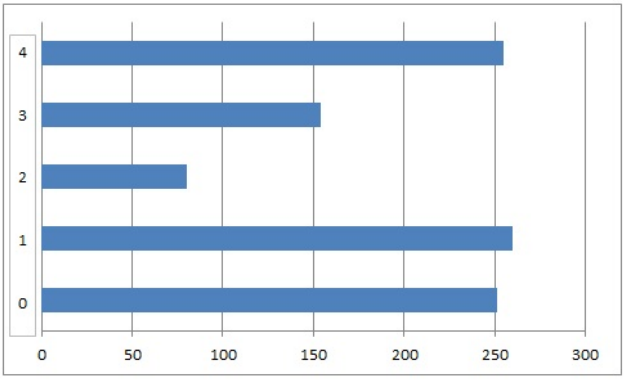
STATISTICA DESCRITTIVA
Esempi di esercizi

1: Ai 1000 abitanti un piccolo comune viene chiesto di esprimere un giudizio su un nuovo servizio comunale, usando una scala da 0 a 4 (0=pessimo, 4= ottimo). Le risposte ottenute sono riassunte nella tabella che segue. Fornire indici di posizione e di variabilità adeguati e una rappresentazione grafica opportuna delle risposte.

giudizio	0	1	2	3	4
freq. assoluta	251	260	80	154	255

Soluzione:

S_i	f_i	p_i	F_i	P_i
0	251	251/1000	251	251/1000
1	260	260/1000	511	511/1000
2	80	80/1000	591	591/1000
3	154	154/1000	735	735/1000
4	255	255/1000	1000	1000/1000



Rappresentazione grafica

media: $\overline{x} = 1.90$
mediana: $\hat{x} = 1$
moda: $\tilde{x} = 1$
varianza: $s^2 = 2.43$
deviazione standard: $s = 1.56$.

2: Vengono intervistati 36 torinesi, a cui viene chiesto il numero di vani presente nella propria abitazione. Le 36 risposte ottenute sono le seguenti:

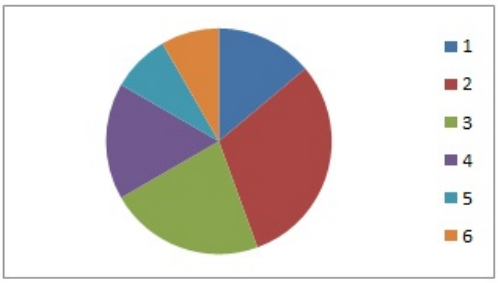
$$1, 3, 4, 2, 2, 4, 5, 5, 1, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 6, 6, 1,$$
$$2, 2, 3, 2, 1, 3, 4, 2, 3, 3, 3, 5, 6, 4, 2, 2, 4, 2.$$

a) Fornire le frequenze relative e le frequenze cumulate relative delle risposte ottenute.

b) Fornire un rappresentazione grafica "a torta" delle risposte.
c) Determinare media, moda, mediana e varianza delle risposte.
d) La stessa indagine è stata svolta a Milano, e le risposte fornite dai 36 milanesi hanno dato un valor medio uguale a 2.5 ed una varianza uguale a 3.6. Confrontare la variabilitá relativa del numero di vani delle abitazioni nei due comuni e commentare.

Soluzione:

Vani	f_i	p_i	P_i
1	5	5/36	5/36
2	11	11/36	16/36
3	8	8/36	24/36
4	6	6/36	30/36
5	3	3/36	33/36
6	3	3/36	36/36
Tot.	36	36/36	



c)

media: $\overline{x} = 3$
mediana: $\hat{x} = 3$
moda: $\tilde{x} = 2$
$s^2 = 2.11$

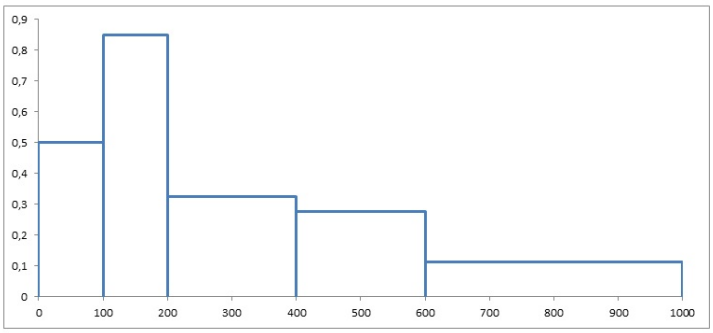
d)

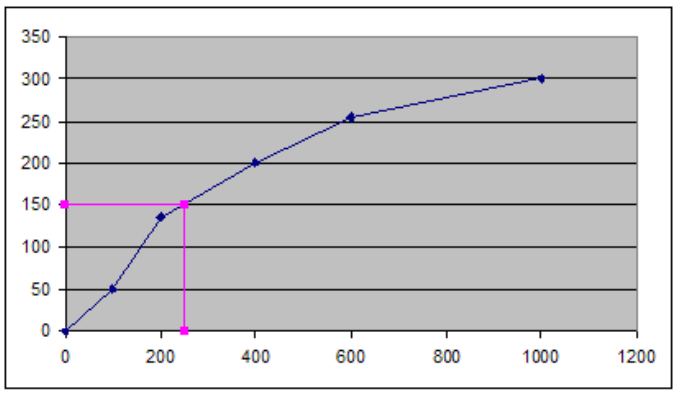
$c.v.(TO) = \frac{\sqrt{2.11}}{3} = 0.48$ $\quad$ $c.v.(MI) = \frac{\sqrt{3.6}}{2.5} = 0.76$
Variabilitá maggiore a Milano, sia in senso assoluto che relativo.

3: Per 300 giorni vengono rilevati i consumi complessivi di energia elettrica presso un piccolo comune montano. I dati ottenuti, espressi in KW, vengono riassunti nella tabella che segue. Rappresentare graficamente i consumi osservati, e trovare in maniera approssimata media, mediana e deviazione standard dei consumi.

classe	$[0,100)$	$[100,200)$	$[200,400)$	$[400,600)$	$[600,1000]$
freq. assoluta	50	85	65	55	45

Soluzione:





media: $\overline{x} \simeq 327.5$
mediana: $\tilde{x} \simeq 250$
varianza: $s^2 \simeq 60870$
dev standard: $s \simeq 247$

4: Considerate le seguenti coppie (x, y) di dati:

$$(22,45),(17,30),(15,28),(25,49),(21,38).$$

a) Si discuta la correlazione tra i due caratteri x ed y;
b) si trovi la retta di regressione (minimi quadrati) delle y date le x e con essa si fornisca una stima del carattere y di una coppia avente $x = 20$.

	x_i	y_i	$x_i-\bar{x}$	$y_i-\bar{y}$	$(x_i-\overline{x})^2$	$(y_i-\overline{y})^2$	$(x_i-\overline{x})^2\cdot(y_i-\overline{y})^2$
	22	45	2	7	4	49	14
	17	30	-3	-8	9	64	24
	15	28	-5	-10	25	100	50
	25	49	5	11	25	121	55
	21	38	1	0	1	0	0
medie	20	38	0	0	12,8	66,8	28,6

Soluzione:

media: $\overline{x} = 20, \quad \overline{y} = 38,$
$s^2(x) = 12.8, \quad s^2(y) = 66.8,$
$c_{XY} = 28.6, \quad r_{XY} = 0.98$ *(forte correlazione positiva),*
$m = \frac{c_{XY}}{s^2(x)} = 2.23, \quad q = \overline{x} - m\overline{y} = -6.7, \quad y = 2.23x - 6.7,$
$x_0 = 20, \quad y_0 = 38.$

5: Si consideri il seguente elenco di coppie (x, y) di dati:

$$(2,0),(1,0),(1,0),(2,1),(0,1),(1,1),(2,1),$$
$$(0,0),(1,0),(0,1),(0,1),(0,0),(1,1),(1,0).$$

a) Si riassuma la serie di dati con una tabella a doppia entrata.
b) Si trovino media, mediana, moda e varianza dei singoli caratteri x ed y (presi separatamente).
c) Si discuta la correlazione tra i due caratteri x ed y (sono incorrelati?).

Soluzione:

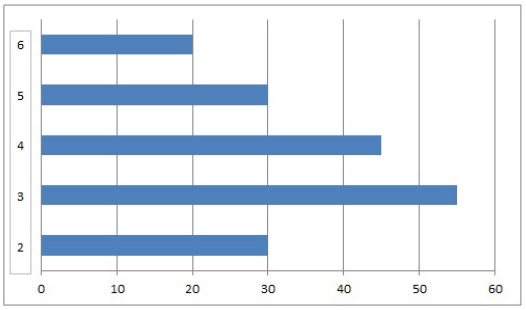
Y \ X	0	1	2	f_Y
0	2	5	1	8
1	1	3	2	6
f_X	3	8	3	14

media: $\overline{x} = 1 \quad \overline{y} = 0.429$
$s^2(x) = 0.428 \quad s^2(y) = 0.245$
$c_{XY} = 0.071 \quad r_{XY} = 0.22$ *(incorrelazione, o debolissima correlazine positiva)*

6: Date le seguenti frequenze assolute (relative al numero di vani di una popolazione di 180 unità abitative), determinare le frequenze relative e relative cumulate, rappresentarle graficamente, e determinare media, mediana, moda e deviazione standard dei dati.

modalità	2	3	4	5	6
freq. assoluta	30	55	45	30	20

S_i	f_i	p_i	F_i	P_i
2	30	30/180	30	30/180
3	55	55/180	85	85/180
4	45	45/18	130	130/180
5	30	30/180	160	160/180
6	20	20/180	180	180/180



Soluzione:
media: $\overline{x} = 3.75$
moda: $\tilde{x} = 3$
mediana: $\hat{x} = 4$
$s^2 = 11.83$
$s = 3.44$

7: Data la serie di dati quantitativi discreti

$$\{3, 5, 1, 1, 0, 2, 8, 2, 3, x\},$$

con $x \in \mathbb{R}$, trovare un valore da assegnare ad x affinché risulti
a) $\bar{x} = 3$;
b) $\tilde{x} = 2$;
c) $\hat{x} = 2.5$;
d) $\hat{x} < \bar{x}$.

Posto poi $x = 1$,
e) trovare la varianza e il coefficiente di variazione della serie di dati;
f) scrivere le frequenze relative e le frequenze relative cumulate;
g) rappresentare graficamente la distribuzione dei dati.

Soluzione:
a) $x = 5$
b) $x = 2$
c) $x = 3$
d) $x = 1$
e) $\bar{x} = 2.67, s^2 = 5.56, c.v. = 0.88$

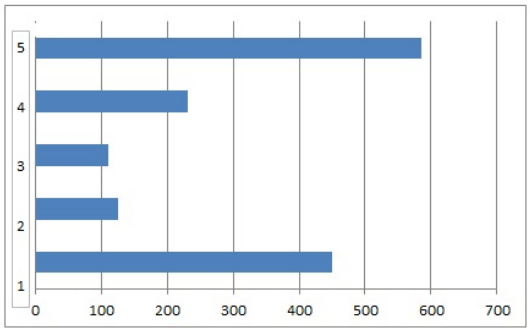
8: Ai 1500 abitanti un piccolo comune viene chiesto di esprimere un giudizio su un nuovo servizio comunale, usando una scala da 1 a 5 (1=pessimo, 5= ottimo). Le risposte ottenute

sono riassunte nella tabella che segue. Fornire indici di posizione e di variabilità adeguati e una rappresentazione grafica opportuna delle risposte.

giudizio	1	2	3	4	5
freq. assoluta	450	125	110	230	575

Soluzione:

S_i	f_i	p_i	F_i	P_i
1	450	450/1500	450	450/1500
2	125	125/1500	575	575/1500
3	110	110/1500	685	685/1500
4	230	230/1500	915	915/1500
5	585	575/1500	1500	1500/1500



media: $\overline{x} = 3.22$
mediana: $\hat{x} = 4$
moda: $\tilde{x} = 5$
$s^2 = 2.96$
$s = 1.72$

9: Considerate le seguenti coppie (x, y) di dati:

$$(18, 30), (22, 45), (14, 28), (25, 49), (21, 38).$$

a) Si discuta la correlazione tra i due caratteri x ed y;
b) si trovi la retta di regressione (minimi quadrati) delle y date le x e con essa si fornisca una stima del carattere y di una coppia avente $x = 20$.

Soluzione:

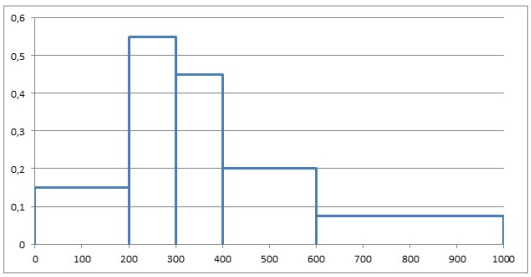
	x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \overline{x})^2$	$(y_i - \overline{y})^2$	$(x_i - \overline{x})^2 \cdot (y_i - \overline{y})^2$
	18	30	-2	-8	4	64	16
	22	45	2	7	4	49	14
	14	28	-6	-10	36	100	60
	25	49	5	11	25	121	55
	21	38	1	0	1	0	0
medie	20	38	0	0	14	66,8	29

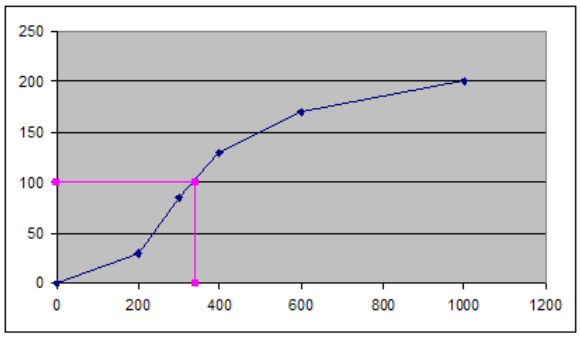
media: $\overline{x} = 20 \qquad \overline{y} = 38$
$s^2(x) = 14 \qquad s^2(y) = 66.8$
$c_{XY} = 29, \qquad r_{XY} = 0.948$ *(forte correlazione positiva)*
$m = \frac{c_{XY}}{s^2(x)} = 2.07, \; q = \overline{x} - m\overline{y} = -3.4, \; y = 2.07x - 3.4,$
$x_0 = 20, \quad y_0 = 38$

10: Per 200 giorni vengono rilevati i consumi di acqua potabile presso un piccolo comune. I dati ottenuti, espressi in m^3, vengono riassunti nella tabella che segue. Rappresentare graficamente i consumi osservati, e trovare in maniera approssimata media, mediana e deviazione standard dei consumi.

classe	$[0, 200)$	$[200, 300)$	$[300, 400)$	$[400, 600)$	$[600, 1000]$
freq. assoluta	30	55	45	40	30

Soluzione:





media: $\overline{x} \simeq 382.5$
moda: $\hat{x} \simeq 340$
$s^2 \simeq 45950, \quad s \simeq 214.$

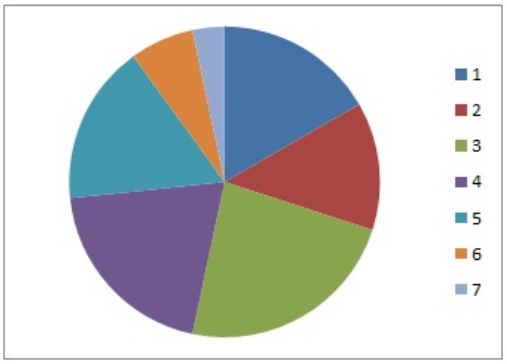
11: Sono state intervistate 30 persone, a cui è stato chiesto quante volte si sono recate al cinema nell' ultimo mese. Le 30 risposte ottenute sono le seguenti:

$$1, 0, 4, 2, 2, 4, 5, 0, 1, 1, 2, 3, 4, 3, 2,$$
$$2, 2, 3, 0, 1, 3, 4, 0, 0, 3, 3, 5, 6, 4, 2.$$

a) Fornire le frequenze relative e le frequenze cumulate relative delle risposte ottenute.
b) Fornire un rappresentazione grafica "a torta" delle risposte.
c) Determinare media, moda, mediana e varianza delle risposte.
d) La stessa indagine è stata svolta d'estate, e le risposte fornite dalle 30 persone hanno dato un valor medio uguale a 2.5 ed una varianza uguale a 3. Confrontare con i dati riportati sopra e commentare.

Soluzione:

Vani	f_i	p_i	P_i
0	5	5/30	5/30
1	4	4/30	9/30
2	7	7/30	16/30
3	6	6/30	22/30
4	5	5/30	27/30
5	2	2/30	29/30
6	1	1/30	30/30
Tot.	30		



media: $\overline{x} = 2.4$
mediana: $\hat{x} = 2$
moda: $\tilde{x} = 2$
$s^2 = 2.64, \quad s = 1.62.$
$c.v.(inv) = 0.67 \qquad c.v.(est) = 0.69 \quad$ *(variabilitá relativa praticamente identica)*

12: Si consideri il seguente elenco di coppie (x, y) di dati:

$$\{(1,0),(1,2),(2,1),(2,2),(2,2),(1,2),(1,2),$$
$$(1,1),(2,0),(1,1),(2,2),(2,1),(1,0),(1,2),(2,0)\}$$

a) Si riassuma la serie di dati con una tabella a doppia entrata;
b) Si discuta la correlazione tra i due caratteri x ed y (sono incorrelati?).
c) Si fornisca una rappresentazione numerica ed una rappresentazione grafica del singolo carattere y.

Y \ X	1	2	f_Y
0	2	2	4
1	2	2	4
2	4	3	7
f_X	8	7	15

Soluzione:

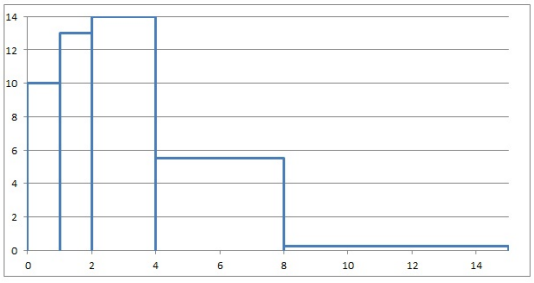
media: $\overline{x} = 1.47$ $\quad \overline{y} = 1.2$
$s^2(x) = 0.24$ $\quad s^2(y) = 0.69$
$c_{XY} = -0.003$ $\quad r_{XY} = -0.07$ *(incorrelazione)*

13: Cento dati di tipo quantitativo continuo vengono raggruppati in classi come segue:

classe	$[0,1)$	$[1,2)$	$[2,4)$	$[4,8)$	$[8,15]$
frequenza	10	13	28	22	27

a) rappresentare graficamente tramite istogramma ed ogiva;
b) fornire una approssimazione di media, mediana e varianza;

Soluzione:



media: $\overline{x} \simeq 5.51$
mediana: $\hat{x} \simeq 3.9$
$s^2 \simeq 16.1, \quad s \simeq 4.$

14: Si consideri una coppia (X, Y) di caratteri che per dieci dati individui assume valori

$$\{(0,0),(1,0),(1,0),(1,1),(0,0),(0,1),(1,1),(1,0),(1,0),(0,0)\}.$$

Relativamente alla serie data,
a) la si riassuma graficamente con una tabella a doppia entrata;
b) si determinino medie e deviazioni standard di entrambi i caratteri X ed Y;

Y \ X	0	1	f_Y
0	3	4	7
1	1	2	3
f_X	4	6	10

c) si discuta la correlazione tra X ed Y.

Soluzione:

media: $\overline{x} = 0.6 \quad \overline{y} = 0.3$
$s^2(x) = 0.24 \quad s^2(y) = 0.21$
$c_{XY} = 0.02 \quad r_{XY} = 0.089$ *(incorrelazione)*

15: Si considerino le seguenti coppie (x, y) di dati:

$$(6, 50), (2, 70), (3, 80), (2, 70), (2, 130)$$

a) Si discuta la correlazione tra i due caratteri x ed y;
b) si trovi la retta di regressione (minimi quadrati) e con essa si fornisca una stima del carattere y di una coppia avente $x = 4$.

Soluzione:

	x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \overline{x})^2$	$(y_i - \overline{y})^2$	$(x_i - \overline{x})^2 \cdot (y_i - \overline{y})^2$
	6	50	3	-30	9	900	-90
	2	70	-1	-10	1	100	10
	3	80	0	0	0	0	0
	2	70	-1	-10	1	100	10
	2	130	-1	50	1	2500	-50
medie	3	80	0	0	2,4	720	-24

media: $\overline{x} = 3 \quad \overline{y} = 80$
$s^2(x) = 2.4 \quad s^2(y) = 720$
$c_{XY} = -24 \quad r_{XY} = -0.58$
$m = \frac{c_{XY}}{s^2(x)} = -10, \; q = \overline{x} - m\overline{y} = 110, \; y = -10x + 110,$
$x_0 = 4, \; y_0 = 70$